

MIĘDZYNARODOWA KONFERENCJA NAUKOWO-TECHNICZNA  
**NAPĘDY MASZYN TRANSPORTOWYCH – 2002**  
Węgierska Górka, październik 2002

dr inż. Marek MARTYNA  
dr inż. Jan ZWOLAK

**OPTYMALIZACJA SKRZYNI PRZEKŁADNIOWEJ  
TYPU “POWER SHIFT”**

**STRESZCZENIE:** W pracy przedstawiono przykład obliczeń geometrycznych i wytrzymałościowych kół zębatych tworzących skrzynię przekładniową typu „power shift”, za pomocą systemu komputerowego ‘PRZEKŁADNIA’. Optymalizacji podlegają parametry geometryczne kół zębatych ze względu na maksymalizację wskaźnika przyporu, minimalizację współczynnika kształtu zęba oraz minimalizację mas elementów wirujących przekładni.

## 1. WSTĘP

Skrzynie przekładniowe typu “power shift” stosowane w układach napędowych maszyn roboczych budowane są najczęściej o 6 lub 8 stopniach przełożenia. Od ilości stopni przełożenia zależy ilość kół zębatych tworzących skrzynię przekładniową. Rozpatrywana w tej pracy 6-stopniowa skrzynia przekładniowa liczy 12 kół zębatych o różnym kształcie zewnętrznym (trzy typy kół), o różnej ilości zębów i o tym samym module.

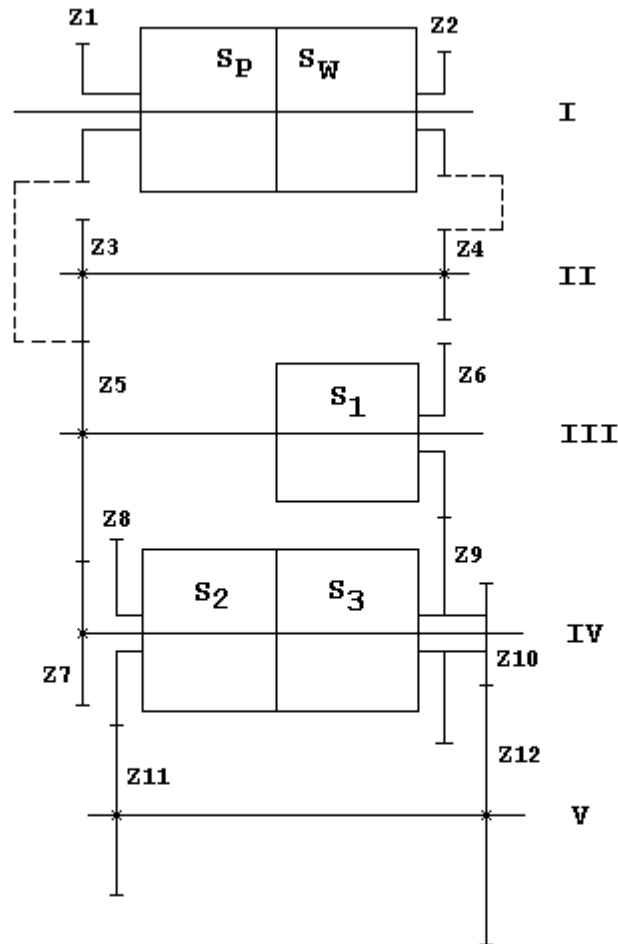
Koła zębate posiadające największą ilość zębów odznaczają się także największą masą. Duża masa, to również duży masowy moment bezwładności niekorzystnie wpływający na dynamikę ruchu obrotowego elementów wirujących skrzyni przekładniowej. Zachodzi zatem potrzeba prowadzenia prac zmierzających do minimalizacji masy elementów wirujących przekładni, przy zachowaniu lub poprawieniu równocześnie warunków wytrzymałościowych i warunków płynności ruchu obrotowego.

W rozpatrywanym przypadku 6-stopniowej skrzyni przekładniowej, przeprowadzono jej wielokryterialną optymalizację. W zadaniu optymalizacyjnym parametry geometryczne kół zębatych stanowiły zmienne decyzyjne a kryteria cząstkowe wyrażone zostały poprzez: masę wybranych elementów wirujących przekładni (kół zębatych), wskaźnik przyporu (czołowy stopień pokrycia) oraz współczynnik kształtu zęba. Maksymalizacja wskaźnika przyporu powoduje zmniejszenie obciążeń dynamicznych przekładni jak również poprawia płynność jej pracy (cichobieżność). Minimalizacja współczynnika kształtu zęba powoduje zmniejszenie naprężeń gnących u podstawy zęba i przyczynia się do wzrostu wytrzymałości doraźnej, jak też i zmęzeniowej ze względu na złamanie zęba.

Obliczenia prowadzono zgodnie z normami ISO [1], z wykorzystaniem ciągle rozbudowywanego systemu komputerowego ‘PRZEKŁADNIA’ [2]. O złożoności obliczeń mogą świadczyć następujące dane: 4 kryteria cząstkowe, 110 zmiennych decyzyjnych, 224 ograniczenia funkcyjne (w tym 13 równościowych) oraz 220 prostych ograniczeń nierównościowych.

## 2. BUDOWA SKRZYNI PRZEKŁADNIOWEJ I JEJ CECHY EKSPLOATACYJNE

Rozpatruje się skrzynię przekładniową 6-stopniową (3 stopnie jazdy do przodu i 3 do tyłu), na którą składa się: dwanaście kół zębatach, trzy sprzęgła biegowe, dwa sprzęgła kierunkowe oraz pięć wałków. Schemat kinematyczny w przekroju osiowym rozpatrywanej skrzyni przekładniowej SB 3300 przedstawiono na rys.1.



Rys.1. Schemat kinematyczny skrzyni przekładniowej SB 3300 w przekroju osiowym

Wszystkie koła zębata znajdujące się w skrzyni przekładniowej są w ciągłym zazębieniu ze sobą. O tym, przez który stopień przełożenia przenoszony jest moment obrotowy, decydują sprzęgła kierunkowe i sprzęgła biegowe. I tak na przykład, na pierwszym stopniu przełożenia jazdy do przodu załączone jest sprzęgło kierunkowe  $S_p$  na wałku I, oraz sprzęgło biegowe  $S_1$  na wałku III. W przypadku zaś jazdy do tyłu, załączyć należy sprzęgło kierunkowe  $S_w$  na wałku I a sprzęgło biegowe  $S_1$  na wałku III pozostaje w stanie jak dla jazdy do przodu.

Korzystając z rysunku 1 można zapisać przebieg łańcucha kinematycznego dla poszczególnych stopni przełożenia.

Jazda do przodu:

$$i_1 = \frac{z_5}{z_1} \cdot \frac{z_9}{z_6} \cdot \frac{z_{12}}{z_{10}}$$

Jazda do tyłu:

$$i_4 = \frac{z_4}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} \cdot \frac{z_9}{z_6} \cdot \frac{z_{12}}{z_{10}}$$

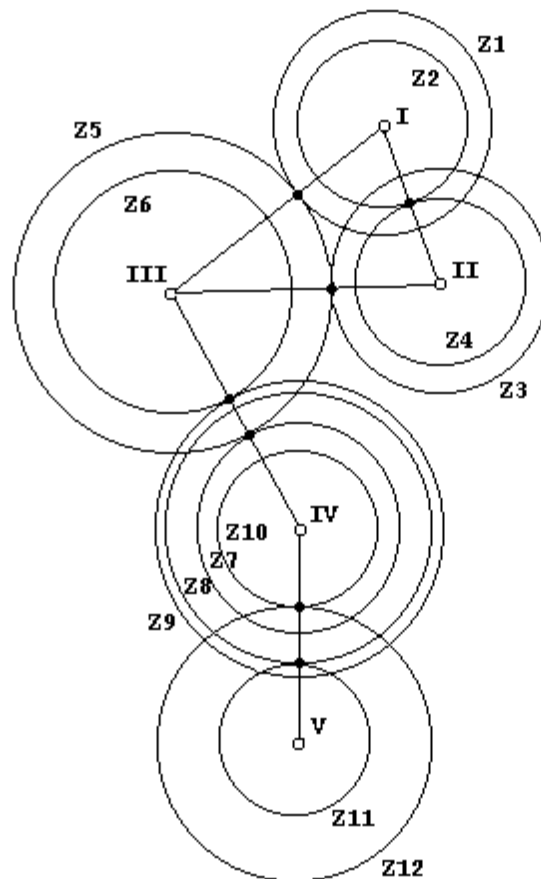
$$i_2 = \frac{z_5}{z_1} \cdot \frac{z_7}{z_5} \cdot \frac{z_{12}}{z_{10}}$$

$$i_3 = \frac{z_5}{z_1} \cdot \frac{z_7}{z_5} \cdot \frac{z_{11}}{z_8}$$

$$i_5 = \frac{z_4}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} \cdot \frac{z_7}{z_5} \cdot \frac{z_{12}}{z_{10}}$$

$$i_6 = \frac{z_4}{z_2} \cdot \frac{z_5}{z_3} \cdot \frac{z_7}{z_5} \cdot \frac{z_{11}}{z_8}$$

Obrazem geometrycznym zapisanej struktury stopni przełożeń jest schemat kinematyczny analizowanej skrzyni przekładniowej przedstawiony na rysunku 2.



Rys.2. Schemat kinematyczny skrzyni przekładniowej SB 3300 w przekroju promieniowym

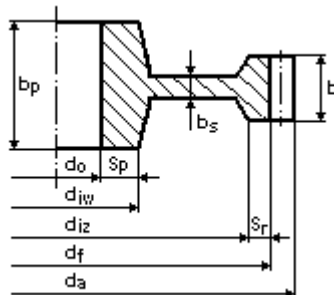
Rozwiązanie konstrukcyjne skrzyni przekładniowej według schematu na rys.1 i 2 zapewnia, że zmiana stopni przełożenia może odbywać się pod obciążeniem, poprzez sprzęgła kierunkowe  $S_p$  i  $S_w$  oraz sprzęgła biegowe  $S_1$ ,  $S_2$  i  $S_3$ . Jest to podstawowa cecha eksploatacyjna, niezbędna w napędach maszyn roboczych. Układy sterujące sprzęgłami najczęściej budowane są jako hydrauliczne, mające wysoki stopień pewności działania.

### 3. TYPY KÓŁ ZĘBATYCH PODLEGAJĄCYCH OPTYMALIZACJI

Podstawowymi elementami tworzącymi skrzynię przekładniową i decydującymi o jej właściwościach trwałościowych, niezawodnościowych i dynamicznych są koła zębate. W skrzyniach typu 'power shift' stosowane są najczęściej trzy, różniące się kształtem rodzaje kół zębatych. Ponieważ jednym z kryteriów optymalizacji jest masa kół zębatych tworzących przekładnię,

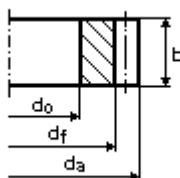
wprowadzono do obliczeń modele tych kół, pozwalające określić w przybliżeniu ich masę. Na rys.3, 4 i 5 przedstawiono modele kół:

- Typ ‘wieńcowo–zębrowy z piastą’, który posiada wyraźnie uformowaną część wieńca zębatego połączoną z piastą za pomocą zębra, jak na rys.3.



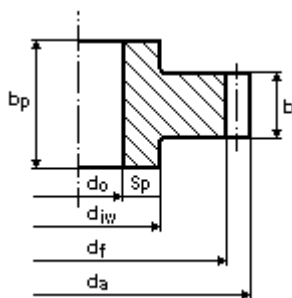
Rys.3. Typ ‘wieńcowo–zębrowy z piastą’ koła zębatego

- Typ ‘krążkowy’, w którym nie można wyodrębnić części wieńcowej od zębra, ani od piasty, rys.4.



Rys.4. Typ ‘krążkowy’ koła zębatego

- Typ ‘wieńcowo–piastowy’, w którym wyodrębnia się wieńiec zębata przechodzący bezpośrednio w piastę, rys.5.



Rys.5. Typ ‘wieńcowo–piastowy’ koła zębatego

Oznaczenia parametrów geometrycznych na rys.3,4 i 5 są następujące:

- $d_0$  – średnica otworu koła,
- $d_{iw}$  – średnica piasty otworu koła,
- $d_{iz}$  – średnica piasty wieńca koła,
- $d_f$  – średnica stóp koła,
- $d_a$  – średnica głów koła,
- $b$  – szerokość wieńca koła,

- $b_p$  – szerokość piasty koła,
- $b_s$  – grubość zęba piasty koła,
- $S_p$  – grubość piasty koła,
- $S_R$  – grubość wieńca koła.

#### 4. OPIS ZADANIA OPTYMALIZACJI I WYNIKI

Zadanie optymalizacji charakteryzują następujące wielkości:

- 110 zmiennych decyzyjnych,
- 224 ograniczenia, w tym 211 nierównościowych,
- 220 prostych ograniczeń nierównościowych,
- 4 kryteria cząstkowe.

Kryteria cząstkowe zostały sformułowane jak poniżej:

□ odwrotność minimalnego czołowego stopnia pokrycia  $\varepsilon_\alpha$  dla 'p' par kół:

$$K_1 = \frac{1}{\min_{i=1,p} \varepsilon_{\alpha i}}$$

□ maksymalny współczynnik kształtu zęba  $y_{Fi}$  dla 'k' kół:

$$K_2 = \max_{i=1,k} y_{Fi}$$

□ całkowita masa kół:

$$K_3 = \sum_{i=1}^k m_i$$

□ ilość naruszonych ograniczeń:

$$K_4 = \frac{\sum_{i=1}^{lo} no_i}{lo}$$

a kryterium globalne zapisano zależnością:

$$K_G = \sum_{j=1}^4 w_j \frac{K_j}{K_{nj}} \quad K_G \rightarrow \min$$

gdzie : p - ilość par kół,

k - ilość kół,

no - wskaźnik niespełnienia ograniczeń, no przyjmuje wartości 0 lub 1,

lo - ilość ograniczeń funkcyjnych (równościowych i nierównościowych),

$w_j$  - współczynnik wagowy kryterium cząstkowego 'j',

$K_{nj}$  - wartość normująca kryterium cząstkowe 'j'.

Tabela 1 zawiera wartości składowych kryteriów cząstkowych dla punktu startowego optymalizacji (przed optymalizacją) oraz dla trzech rozwiązań polioptymalnych (po optymalizacji). Rozwiązania polioptymalne uzyskano dla wybranych zestawów wag użytych w procesie obliczeniowym, czyli w poszczególnych przypadkach zakładano różną ważność kryteriów cząstkowych. Zestawy wag były następujące:

‘A’ →  $w_1=.40, w_2=.25, w_3=.20, w_4=.15$

‘B’ →  $w_1=.20, w_2=.40, w_3=.25, w_4=.15$

‘C’ →  $w_1=.20, w_2=.25, w_3=.40, w_4=.15$

Tabela 1

Nr pary kół lub nr koła	Czołowy stopień pokrycia				Współczynnik kształtu zęba				Masa koła [kg]			
	przed optymalizacją	po optymalizacji			przed optymalizacją	po optymalizacji			przed optymalizacją	po optymalizacji		
		‘A’	‘B’	‘C’		‘A’	‘B’	‘C’		‘A’	‘B’	‘C’
1	1.516	1.996	1.815	1.837	1.248	1.189	1.097	1.123	13.710	8.410	8.169	6.324
2	1.524	2.000	1.810	1.825	1.363	1.274	1.232	1.233	6.056	3.884	4.122	3.006
3	1.486	1.995	1.812	1.827	1.248	1.189	1.026	1.069	4.758	2.687	3.520	2.405
4	1.523	2.002	1.821	1.825	1.363	1.276	1.232	1.230	4.710	2.721	2.572	2.137
5	1.500	1.997	1.827	1.829	1.174	1.034	1.087	1.046	26.434	13.742	12.191	9.327
6	1.469	2.002	1.839	1.841	1.203	1.115	1.127	1.131	7.410	4.200	4.427	3.704
7	1.516	1.999	1.823	1.828	1.214	1.113	1.006	1.073	10.983	6.334	5.897	4.729
8					1.221	1.081	1.059	1.058	8.251	4.231	4.733	4.012
9					1.168	1.031	0.949	0.924	9.326	6.414	5.711	4.999
10					1.282	1.276	1.229	1.232	16.831	9.325	9.270	7.361
11					1.294	1.243	1.206	1.203	12.340	6.655	5.960	4.554
12					1.276	1.083	1.081	1.084	16.853	8.668	7.865	6.758

W tabeli 2 zestawiono wartości kryteriów cząstkowych oraz kryterium globalnego, dla punktu startowego optymalizacji (przed optymalizacją) oraz dla trzech rozwiązań polioptymalnych (po optymalizacji).

Tabela 2

kryteria	przed optymalizacją	po optymalizacji		
		‘A’	‘B’	‘C’
kryterium cząstkowe $K_1$	0.681	0.501	0.553	0.548
kryterium cząstkowe $K_2$	1.363	1.276	1.232	1.233
kryterium cząstkowe $K_3$	137.662	77.271	74.437	59.315
kryterium cząstkowe $K_4$	0.000	0.000	0.000	0.000
Kryterium globalne $K_G$	0.857	0.515	0.543	0.501

W tabeli 3 pokazano przykładowo szczegółowe wartości parametrów geometrycznych i wytrzymałościowych przed i po optymalizacji, dla pary 1 (koła zębate 1 i 5) i dla przypadku trzeciego zestawu wag (‘C’). Wartości parametrów wyrażono w następujących jednostkach: długości, średnice, szerokości, grubości i odchyłki w [mm], kąty w [°] a naprężenia w [MPa].

Tabela 3

Nazwa wielkości	Oznaczenie	Przed optymalizacją	Po optymalizacji
moduł	m	6.3500	5.0035
kąt zarysu	alfa0	25.0000	25.0000
ilość zębów koła 1 (k1)	z1	34.0000	34.0000
ilość zębów koła 2 (k2)	z2	52.0000	52.0000
współczynnik korekcji k1	x1	0.0000	-0.2850
współczynnik korekcji k2	x2	0.0000	-0.2812
współczynnik wysokości głowy zęba k1	ya1	1.0000	1.1316
współczynnik wysokości głowy zęba k2	ya2	1.0000	1.1756
współczynnik wysokości stopy zęba k1	yf1	1.0000	1.0000
współczynnik wysokości stopy zęba k2	yf2	1.0000	1.0000
współczynnik luzu wierzchołkowego	c	0.2500	0.2500
górną odchyłką grubości zęba k1	f1	0.0700	0.0700
dolną odchyłką grubości zęba k1	g1	0.1200	0.1200
górną odchyłką grubości zęba k2	f2	0.0700	0.0700
dolną odchyłką grubości zęba k2	g2	0.1200	0.1200
szerośćkość wieńca zębatego k1	b1	25.0000	18.6255
szerośćkość wieńca zębatego k2	b2	64.0000	62.4259
grubość zębra piasty k1	b s1	25.0000	18.6255
grubość zębra piasty k2	b s2	33.0000	15.7338
szerośćkość piasty k1	b p1	80.0000	59.6017
szerośćkość piasty k2	b p2	70.0000	65.1830
średnica piasty wieńca k1	di z1	0.0000	0.0000
średnica piasty wieńca k2	di z2	272.0000	229.3876
średnica piasty otworu k1	di w1	100.0000	101.4364
średnica piasty otworu k2	di w2	84.0000	78.5197
średnica otworu k1	d o1	70.0000	73.7999
średnica otworu k2	d o2	60.0000	63.8036
średnica podziałowa k1	d1	215.9000	170.1179
średnica podziałowa k2	d2	330.2000	260.1803
średnica toczna k1	dw1	215.9000	167.8020
średnica toczna k2	dw2	330.2000	256.6384
średnica zasadnicza k1	db1	195.6718	154.1791
średnica zasadnicza k2	db2	299.2628	235.8034
średnica głów k1	da1	228.6000	178.5892
średnica głów k2	da2	342.9000	269.1309
średnica stop k1	df1	200.0250	154.7572
średnica stop k2	df2	314.3250	244.8581
zerowa odległość osi	ao	273.0500	215.1491
rzeczywista odległość osi	aw	273.0500	212.2202
kąt toczny przyporu	alfaw	25.0000	23.2464
czołowy stopień pokrycia	eps alfa	1.5156	1.8366
średnica kulki pomiarowej k1	dk1	11.2562	10.4117
wartość pomiarowa dla parzystej liczby zębów k1	Mp1	232.1490	185.1846
wartość pomiarowa dla nieparzystej liczby zębów k1	Mn1	231.9133	184.9981
średnica kulki pomiarowej k2	dk2	11.1664	10.2930
wartość pomiarowa dla parzystej liczby zębów k2	Mp2	346.2383	274.9877
wartość pomiarowa dla nieparzystej liczby zębów k2	Mn2	346.0855	274.8669
górną odchyłką pomiarową przez wałeczki dla parz. liczby zębów k1	fp1	0.1367	0.1347
dolną odchyłką pomiarową przez wałeczki dla parz. liczby zębów k1	gp1	0.2344	0.2309
górną odchyłką pomiarową przez wałeczki dla nieparz. liczby zębów k1	fn1	0.0000	0.0000
dolną odchyłką pomiarową przez wałeczki dla nieparz. liczby zębów k1	gn1	0.0000	0.0000
górną odchyłką pomiarową przez wałeczki dla parz. liczby zębów k2	fp2	0.1410	0.1396
dolną odchyłką pomiarową przez wałeczki dla parz. liczby zębów k2	gp2	0.2418	0.2394
górną odchyłką pomiarową przez wałeczki dla nieparz. liczby zębów k2	fn2	0.0000	0.0000
dolną odchyłką pomiarową przez wałeczki dla nieparz. liczby zębów k2	gn2	0.0000	0.0000

ilość zębów koła 1 objętych pomiarem	n1	5	5
długość pomiarowa przez n1 zębów	Wn1	87.2255	67.5238
maks. długość pomiar. przez n1 zębów	Wn1max	87.1621	67.4604
min. długość pomiar. przez n1 zębów	Wn1min	87.1167	67.4151
maksymalna średnica koła głów bez interferencji	da1max	302.5762	227.6718
ilość zębów koła 2 objętych pomiarem	n2	8	7
długość pomiarowa przez n2 zębów	Wn2	144.5708	98.4790
maks. długość pomiar. przez n2 zębów	Wn2max	144.5074	98.4156
min. długość pomiar. przez n2 zębów	Wn2min	144.4620	98.3703
maksymalna średnica koła głów bez interferencji	da2max	377.9194	289.2516
kąt odwinięcia ewolwenty na wierzchołku zęba koła k1	fi1a	34.6099	33.4929
kąt odwinięcia ewolwenty w zewn. punkcie jednoparowego zazębienia k1	fi1B2	29.1509	24.6344
kąt odwinięcia ewolwenty w centralnym punkcie zazębienia k1	fi1c	26.7175	24.6120
kąt odwinięcia ewolwenty w wewn. punkcie jednoparowego zazębienia k1	fi1B1	24.0216	22.9047
kąt odwinięcia ewolwenty na początku czynnego zarysu k1	fi1cz	18.5626	14.0462
kąt odwinięcia ewolwenty na wierzchołku zęba koła k2	fi2a	32.0495	31.5204
kąt odwinięcia ewolwenty w zewn. punkcie jednoparowego zazębienia k2	fi2B2	28.4801	25.7283
kąt odwinięcia ewolwenty w centralnym punkcie zazębienia k2	fi2c	26.7175	24.6120
kąt odwinięcia ewolwenty w wewn. punkcie jednoparowego zazębienia k2	fi2B1	25.1264	24.5973
kąt odwinięcia ewolwenty na początku czynnego zarysu k2	fi2cz	21.5570	18.8052
grubość obliczeniowa zęba k1	SFn1	14.6643	10.9173
średnica przyłożenia siły k1	de1	219.5413	167.8258
kąt działania siły k1	alfa Fe1	24.7863	20.7178
wysokość ramienia działania siły k1	hFe1	7.0334	4.3210
współczynnik kształtu zęba k1	yF1	1.2483	1.1232
naprężenie stopy zęba k1	sigma f1	285.1947	639.2751
dopuszczalne napr. stopy zęba k1	sigma fp1	1399.3380	1578.0205
grubość obliczeniowa zęba k2	SFn2	15.2903	11.5986
średnica przyłożenia siły k2	de2	334.1950	258.6244
kąt działania siły k2	alfa Fe2	25.0319	22.6509
wysokość ramienia działania siły k2	hFe2	7.2086	4.6023
współczynnik kształtu zęba k2	yF2	1.1744	1.0458
naprężenie stopy zęba k2	sigma f2	285.1270	640.5521
dopuszczalne napr. stopy zęba k2	sigma fp2	1327.6975	1480.4211
współczynnik dynamiczny koła	kv	1.0270	1.0181
współczynnik nierównom. rozdziału obciążenia na parę zębów	kh_alfa	0.6821	0.8265
współczynnik nierównom. rozkładu obciążenia na linii zęba	kh_beta	1.0257	1.0121
współczynnik strefy nacisku	zh	2.2851	2.3808
współczynnik przyporu	z eps	0.9100	0.8492
średnia sztywność zazębienia	c gamma	19.5432	21.2724
naprężenie boku zęba koła 1	sigma_h_k1	1006.8801	1576.9766
dopuszczalne naprężenie boku zęba koła 1	sigma_hp_k1	2258.4417	2222.6216
naprężenie boku zęba koła 2	sigma_h_k2	985.7225	1555.4148
dopuszczalne naprężenie boku zęba koła 2	sigma_hp_k2	2262.3535	2226.7534

Wyniki umieszczone w tabelach 1, 2 i 3 pokazują jak znacznie można poprawić parametry skrzyń przekładniowych wykorzystując optymalizację wielokryterialną. Znaczenie uzyskanych wyników podkreśla fakt, że dane początkowe do obliczeń były oparte o istniejący fizycznie egzemplarz skrzyni przekładniowej.

## 5. PODSUMOWANIE

Przedstawiony w pracy przykład obliczeń geometrycznych i wytrzymałościowych kół zębatach skrzyni przekładniowej typu „power shift” pokazuje złożoność tego typu obliczeń. Wykorzystanie systemu komputerowego pozwala na dokładne przeanalizowanie możliwości udoskonalania istniejących, jak również optymalnego projektowania nowych skrzyń przekładniowych. Optymalizacja przekładni może być prowadzona ze względu na różne kryteria a przedstawiony przykład uwzględnia kilka z możliwych. Maksymalizacja wskaźnika przyporu, minimalizacja współczynnika kształtu zęba oraz minimalizacja mas elementów wirujących przekładni pozwala na uzyskanie bardzo dobrych rozwiązań.

## LITERATURA

- [1] ISO 6336 part 1,2,3,5. Calculation of load Capacity of spur and helical gears.
- [2] Martyna M., Zwolak J.: System komputerowy projektowania przekładni zębatach. Problemy Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, nr 6, 2002. Wydawnictwa Akademii Górniczo Hutniczej im. S. Staszica w Krakowie.

### OPTIMIZATION OF GEARBOX OF TYPE "POWER SHIFT"

**Summary:** In this paper example of geometrical and strength calculations of toothed wheels creating box drive of type "power shift" was introduced by means of computer system 'PRZEKŁADNIA'. Geometrical parameters of toothed wheels come under optimization in view of maximization of pressure coefficient, minimization of coefficient of tooth shape as well as minimization of masses of elements of whirling transmission.